

Антонина Конькова, Владимир Маркин*

СУЖДЕНИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ВОООБРАЖАЕМАЯ ЛОГИКА Н. А. ВАСИЛЬЕВА**

Получено: 17.04.2025. Рецензировано: 21.06.2025. Принято: 27.07.2025.

Аннотация: В статье предпринимается попытка экспликации суждений воображаемой логики Н. А. Васильева с использованием суждений существования. Под суждением существования в традиционной логике понималось суждение, предикатом которого является термин «существует», а в качестве субъекта выступает некий термин или последовательность терминов. По мнению некоторых предшественников современной логики, суждения существования имеют более фундаментальный статус по сравнению с атрибутивными суждениями, в том смысле, что вторые могут быть редуцированы к первым. В качестве современной реконструкции воображаемой логики в статье рассматривается логика Π , предложенная в работе Т. П. Костюк и В. И. Маркина «Формальная реконструкция воображаемой логики Н. А. Васильева» (1998). На основе анализа текстов Васильева показано, что формальная семантика данной системы вполне соответствует интерпретации суждений воображаемой логики, которую имел в виду сам ее автор. Построен язык, позволяющий осуществлять формальную запись суждений существования для случая, когда с каждым общим термином связываются три экстенциональные характеристики: не только его объем и антиобъем, но и противоречивая относительно этого термина область. Для данного языка сформулирована семантика, в которой используется тот же класс моделей, что и в логике Π . Задан перевод формул языка Π в этот язык; доказано, что условия истинности суждений воображаемой логики эквивалентны условиям истинности их переводов в «воображаемой» логике суждений существования (логике $\Pi\Upsilon$). Последнее означает, что данный перевод погружает Π в $\Pi\Upsilon$. Осуществлена аналитико-табличная формализация логики $\Pi\Upsilon$. Доказаны метатеоремы о семантической непротиворечивости и полноте. Сформулирована разрешающая процедура, позволяющая решать вопрос о доказуемости или недоказуемости произвольной формулы языка $\Pi\Upsilon$ методом аналитических таблиц. Данная процедура обеспечивает адекватный алгоритм проверки на валидность любого утверждения (в том числе любого силлогизма) воображаемой логики.

Ключевые слова: суждения существования, воображаемая логика, Николай Васильев, формализованный язык, формальная семантика, аналитические таблицы, разрешающая процедура.

DOI: 10.17323/2587-8719-2025-3-42-66.

*Конькова Антонина Викторовна, к. филос. н., старший преподаватель, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (Москва), konkova@philos.msu.ru, ORCID: 0000-0002-7672-5476; Маркин Владимир Ильич, д. филос. н., профессор, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (Москва), markin@philos.msu.ru, ORCID: 0000-0001-5800-4096.

**© Конькова А. В.; Маркин В. И. © Философия. Журнал Высшей школы экономики.

СУЖДЕНИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ, ИХ ЛОГИЧЕСКИЙ СТАТУС

Во многих учебниках по традиционной логике суждения существования выделяются как особая разновидность простых суждений. Если атрибутивные суждения содержат информацию о наличии или отсутствии свойств у предметов, реляционные суждения — информацию о наличии или отсутствии отношений между предметами, то суждения существования выражают мысль о существовании или несуществовании самих предметов. Их логическим сказуемым является термин «существует», трактуемый как знак особой онтологической характеристики. В качестве логического подлежащего в них могут выступать сингулярные термины (знаки индивидов), общие термины (знаки классов), последовательности общих терминов (знаки пересечений классов). Суждения «Магнитное поле существует» и «Эфир не существует» — единичные, суждения «Гнедые кони существуют» и «Крылатые кони не существуют» содержат общий субъект, к третьему типу относятся суждения «Фруктоядные рукокрылые млекопитающие существуют» и «Неэлектропроводные нетеплопроводные металлы не существуют». По качеству суждения существования делятся на утвердительные и отрицательные. В каждой из трех приведенных выше пар суждений первое утвердительное, а второе отрицательное.

Однако с некоторых пор суждения существования перестали рассматривать в качестве суждений особого типа. По-видимому, свою роль здесь сыграла их критика Кантом при анализе онтологического аргумента в «Критике чистого разума». Кант отмечал, что термин «существует» не является реальным предикатом в том смысле, что он не добавляет информации к понятию о предмете:

Если я беру субъект (Бог) вместе со всеми его предикатами (к числу которых принадлежит и всемогущество) и говорю *Бог есть* или *есть Бог*, то я не прибавляю никакого нового предиката к понятию Бога, а только полагаю субъект сам по себе вместе со всеми его предикатами, и притом как предмет в отношении к моему понятию. Оба они должны иметь совершенно одинаковое содержание (Кант, Лосский, 2020: 336).

Но если вы говорите, что *Бога нет*, то не дано ни всемогущества, ни какого-нибудь другого из его предикатов, так как все они отвергаются вместе с субъектом (там же: 335).

В рамках символической логики (а именно в логике предикатов) термин «существует» используется не как предикатор, а в качестве

квантора. Утверждение о существовании элементов в классе S фиксируется формулой $\exists x S(x)$. Суждение о существовании индивида t может, в принципе, быть выражено формулой $\exists x(x = t)$, но эта формула общезначима в классической логике предикатов с равенством и, следовательно, не содержит реальной информации о данном индивиде¹.

Вместе с тем суждения существования играют важную роль в логических работах некоторых предшественников современной логики. Мы имеем в виду прежде всего Франца Brentano и Льюиса Кэрролла. У Brentano они положены в основу теории суждения, а у Кэрролла — в основу его силлогистики.

Согласно Brentano, логический статус суждений существования более фундаментален по сравнению с атрибутивными суждениями: вторые можно редуцировать к первым, сохранив при этом их смыслы. Пусть S — положительный термин, репрезентирующий некий класс индивидов (объем S), а P' — отрицательный термин, репрезентирующий антиобъем термина P (то есть дополнение к объему P в некотором универсуме). Тогда атрибутивное суждение формы «Все S есть P » эквивалентно суждению существования « SP' не существуют» (не существуют предметы, входящие в объем S и антиобъем P). Атрибутивные суждения трех других видов сводятся к суждениям существования так: «Некоторые S есть P » редуцируется к « SP существуют», «Ни один S не есть P » — к « SP не существуют», «Некоторые S не есть P » — к « SP' существуют» (Brandl & Textor, 2022). Обратим внимание на то, что у Brentano на месте субъекта здесь находятся не отдельные термины, а их пары.

Интересно, что идея положить суждения существования в основу теории суждения получила свое развитие в дальнейшем. У. Кригель отмечает (Kriegel, 2017: 108–109), что ученик Brentano Франц Хиллебранд предпринял попытку переинтерпретации корректных умозаключений пропозициональной логики с использованием экзистенциальных суждений, редуцируя, по существу, к ним сложные суждения. Так, условное суждение «Если p , то q » он трактовал как « p без q не существует». Тогда если в качестве p взять «Окно открыто», а в качестве q — «Комната

¹Заметим, что в некоторых логиках, свободных от экзистенциальных допущений, предметная область стратифицируется: множество актуальных индивидов составляет лишь ее подмножество, не обязательно совпадающее с универсумом. Тогда введение предиката существования ($E!$) имеет смысл, и он как раз определяется так: $E!t \equiv_{df} \exists x(x = t)$. Правая часть этого определения в подобных логических теориях не общезначима в силу того, что квантифицируемые переменные пробегают по множеству актуальных объектов, а терму t в качестве значения может быть сопоставлен и неактуальный индивид.

холодная», то умозаключение по *modus ponens* может пониматься так: «Открытого окна без холодной комнаты не существует; открытое окно существует. Следовательно, холодная комната существует».

Кэрролл отводит суждениям существования существенную роль при построении оригинальной системы силлогистики (Кэрролл, Данилов, 2000). Первоначально он выделяет суждения, где на месте субъекта находится один общий термин: «Честные люди существуют», «Людей ростом в 50 футов не существует». Затем он рассматривает суждения существования, где субъект — это пара терминов. Именно к ним он сводит обычные атрибутивные суждения. Как и Brentano, частноутвердительное суждение «Некоторые купцы являются скупцами» он редуцирует к суждению «Купцы-скупцы существуют», а общеотрицательное суждение «Ни одна русалка не является модисткой» к суждению «Русалок-модисток не существует». Отличие кэрролловской интерпретации от брентановской состоит в трактовке общеутвердительных суждений: «Все S есть P », согласно Кэрроллу, эквивалентно конъюнкции двух суждений существования — « SP существуют, а SP' не существуют»². Например, суждение «Все банкиры богаты» имеет тот же смысл, что и «Богатые банкиры существуют, а небогатых банкиров не существует».

При анализе силлогизмов Кэрролл фиксирует информацию, содержащуюся в их посылках, по сути дела, используя суждения существования, в которых субъектами являются тройки терминов. Исходный универсум объектов разбивается на восемь классов, каждый из которых репрезентирует пересечение объемов либо антиобъемов трех простых общих терминов (например, S , M и P). Посылки силлогизма выражают мысль о наличии или отсутствии элементов у этих классов. Рассмотрим силлогизм с посылками формы «Ни один M не есть P » и «Некоторые S есть M ». Первая посылка может быть переформулирована в суждение существования « MP не существуют», но последнее эквивалентно конъюнкции двух отрицательных суждений существования с трехкомпонентным субъектом: « SMP не существуют и $S'MP$ не существуют». Вторая посылка равносильна суждению « SM существуют», что эквивалентно дизъюнкции двух утвердительных суждений существования с трехкомпонентным субъектом: « SMP существуют или

²Тем самым Кэрролл полагает, что истинные суждения формы «Все S есть P » обязательно должны содержать непустой термин S на месте субъекта. Такое ограничение на общеутвердительные суждения известно в истории логики, его относят к работам Оккама и даже самого Аристотеля (Бочаров и Маркин, 2010: 49–61).

SMP' существуют». Из совокупной информации этих посылок, согласно Кэрроллу, можно вывести заключение « SP' существуют», которое соответствует атрибутивному суждению «Некоторые S есть P' »³.

В статье В. И. Маркина «Логика суждений существования и силлогистика» (Маркин, 2021) был построен язык, предназначенный для формальной записи суждений существования (язык логики **СТ**). В его алфавит включается особая константа существования Υ , вводятся также бесконечный список простых общих терминов (сингулярные термины в языке отсутствуют), оператор терминного отрицания $'$, пропозициональные связки и скобки. Атомарными формулами являются выражения вида $\Upsilon X_1 X_2 \dots X_n$ (« $X_1 X_2 \dots X_n$ существуют»), где $n \geq 1$, а каждый X_i есть либо простой общий термин S , либо отрицательный термин S' . Сложные формулы образуются с помощью пропозициональных связок и скобок.

Для этого языка формулируется естественная семантика. Простым общим терминам в качестве значений сопоставляются подмножества некоторого исходного универсума, отрицательным терминам — дополнения к этим подмножествам. Формула вида $\Upsilon X_1 X_2 \dots X_n$ истинна, если и только если пересечение множеств, сопоставленных терминам $X_1, X_2, \dots, X_n$, непусто. Условия истинности сложных формул стандартные. В той же работе В. И. Маркина (там же) предложена аксиоматическая, а в его же статье «Аналитико-табличное исчисление, адекватное логике суждений существования» (Маркин, 2024) — аналитико-табличная формализация логики **СТ**.

Заметим, что язык **СТ** намного богаче стандартных языков позитивных и негативных силлогистик. По своим выразительным возможностям он сравним разве что с языками булевой логики классов и расширенных силлогистик. В последних допускается, что субъектами и предикатами атрибутивных суждений могут быть не только простые термины и их отрицания, но и «конъюнктивные» и «дизъюнктивные» сложные термины. Так, суждение вида «Ни один S и P не есть M или Q » может быть адекватно представлено в языке **СТ** формулой $\Upsilon SPM'Q'$, но не имеет эквивалентного аналога в стандартных силлогистических языках.

В следующих разделах данной статьи мы покажем, что к особого типа суждениям существования могут быть редуцированы также суждения воображаемой логики Н.А. Васильева и что может быть построен аналог логики **СТ** — «воображаемая» логика суждений существования.

³Частноотрицательные суждения Кэрролл не рассматривает.

ПРОБЛЕМА ИНТЕРПРЕТАЦИИ СУЖДЕНИЙ ВОООБРАЖАЕМОЙ ЛОГИКИ

Воображаемая логика Н.А. Васильева представляет собой силлогистику особого типа: ее предметом является установление логических взаимосвязей между различными атрибутивными суждениями. Отличие воображаемой логики от обычных силлогистических систем состоит в том, что в ней исследуются суждения не двух, а трех качеств: наряду с утвердительными и отрицательными суждениями Васильев вводит в рассмотрение так называемые индифферентные (самопротиворечивые) суждения. Суждения разных качеств отличаются друг от друга тем, какая предиктирующая связка в них содержится: утвердительные суждения содержат связку «есть», отрицательные — связку «не есть», а индифферентные — новую, необычную связку «есть и не есть».

Что касается деления суждений воображаемой логики по количеству, то сам автор первоначально выделяет три их типа: единичные, общие и определенно-частные (в терминологии Васильева — акцидентальные). У единичных суждений в качестве субъекта выступает сингулярный термин, а квантор отсутствует, общие содержат кванторное слово «все». Акцидентальные суждения, согласно Васильеву, так же, как и общие, несут информацию обо всем объеме субъекта, и возможны четыре их разновидности: (1) «одни S есть P , а все остальные не есть P »; (2) «одни S есть P , а все остальные есть и не есть P »; (3) «одни S не есть P , а все остальные есть и не есть P »; (4) «одни S есть P , другие не есть P , а все остальные есть и не есть P ».

Однако при систематическом построении основного варианта воображаемой логики Васильев не рассматривает силлогизмы с единичными и определенно-частными посылками. Вместо акцидентальных суждений в силлогизмах он использует обычные неопределенно-частные суждения, несмотря на то что ранее подверг их жесткой критике в своей первой работе «О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого» (Васильев, 1989: 12–53). В этих суждениях квантор «некоторые» трактуется в аристотелевском ключе: «по крайней мере один, а может быть и все».

Кроме того, исследуя силлогизмы II фигуры, Васильев обнаружил, что ни из какой комбинации посылок не следует ни общее, ни частное суждение никакого качества. Вместе с тем из некоторых пар посылок II фигуры можно сделать корректный вывод о ложности некоторого утвердительного суждения (общего или частного). Именно поэтому он

рассматривает суждения еще одного типа, которые называет исключаящими (или подготовительными) формами. Суждения этих форм выражают мысль о ложности либо утвердительного, либо отрицательного, либо индифферентного суждения. Заметим, что по сути исключаящие формы эквивалентны отрицаниям суждений какого-то из трех качеств. Поэтому если при реконструкции воображаемой логики ввести в язык пропозициональное отрицание, то нет необходимости в выделении этих форм суждений как самостоятельных. А если в таком языке предусмотреть еще и конъюнкцию, то отпадает необходимость и в особом выделении акцидентальных суждений: они будут выразимы через общие и неопределенно-частные суждения.

Будем в дальнейшем для формальной записи суждений воображаемой логики использовать следующую нотацию, предложенную в работе «Формальная реконструкция воображаемой логики Н. А. Васильева» (Костюк, Маркин, 1998). Общие суждения кодифицируются буквой **A**, а частные — буквой **I**, для кодификации утвердительных суждений используем после этих букв индекс 1, для отрицательных индекс 2, для индифферентных индекс 3. Получаем шесть силлогистических констант для языка воображаемой логики: **A₁**, **A₂**, **A₃**, **I₁**, **I₂**, **I₃**. Элементарными формулами в этом языке являются: **A₁SP** («Все *S* есть *P*»), **A₂SP** («Все *S* не есть *P*»), **A₃SP** («Все *S* есть и не есть *P*»), **I₁SP** («Некоторые *S* есть *P*»), **I₂SP** («Некоторые *S* не есть *P*»), **I₃SP** («Некоторые *S* есть и не есть *P*»). Для формального представления акцидентальных и исключаящих суждений в алфавите языка следует предусмотреть пропозициональные связки и допустить, что формулы (а именно сложные формулы) могут образовываться с их помощью.

Естественным образом возникает вопрос о семантике суждений воображаемой логики, о тех условиях, при которых эти суждения (в особенности индифферентные) являются истинными. При ответе на данный вопрос мы сталкиваемся с серьезным затруднением: сам автор воображаемой логики формулирует свою систему чисто синтаксическими средствами, по сути, взяв за образец изложение силлогистики Аристотелем в «Первой аналитике». Васильев так же поочередно рассматривает силлогизмы I, II и III фигур, выделяя те из них, которые, с его точки зрения, являются правильными, не давая при этом никакого семантического обоснования их корректности.

Эта проблема может быть решена с использованием средств современной символической логики и логической семантики: необходимо задать класс моделей, в котором валидными оказываются все принимаемые

Васильевым модусы силлогизмов, а все отвергаемые им модусы не являются таковыми. Такого типа модели для языка воображаемой логики были предложены в упомянутой выше работе (Костюк, Маркин, 1998).

Рассматриваются три семантические функции ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 , каждая из которых сопоставляет произвольному общему термину Q подмножество некоторой наперед выбранной предметной области (универсума) $\mathbf{D}$. Неформально, $\psi_1(Q)$ интерпретируется как объем термина Q , $\psi_2(Q)$ — как его антиобъем, а $\psi_3(Q)$ — как область, противоречивая относительно Q . Именно в последнее множество попадают индивиды, для которых было бы справедливо суждение о том, что они есть и не есть Q . Вводятся ограничения, согласно которым объем, антиобъем и противоречивая область, связанные с любым Q , попарно несовместимы, а объединение этих трех множеств исчерпывает универсум $\mathbf{D}$: $\psi_1(Q) \cap \psi_2(Q) = \emptyset$, $\psi_1(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$, $\psi_2(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$, $\psi_1(Q) \cup \psi_2(Q) \cup \psi_3(Q) = \mathbf{D}$. Кроме того, постулируется непустота объема каждого термина: $\psi_1(Q) \neq \emptyset$.

Условия истинности элементарных формул (форм суждений воображаемой логики) в модели $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$ определяются следующим образом. $\mathbf{A}_1 SP$ истинна, если и только если (е. т. е.) $\psi_1(S) \subseteq \psi_1(P)$, то есть объем S включается в объем P . $\mathbf{A}_2 SP$ истинна, е. т. е. $\psi_1(S) \subseteq \psi_2(P)$, то есть объем S включается в антиобъем P . $\mathbf{A}_3 SP$ истинна, е. т. е. $\psi_1(S) \subseteq \psi_3(P)$, то есть объем S включается в область, противоречивую относительно P . $\mathbf{I}_1 SP$ истинна, е. т. е. $\psi_1(S) \cap \psi_1(P) \neq \emptyset$, то есть объемы S и P имеют общие элементы. $\mathbf{I}_2 SP$ истинна, е. т. е. $\psi_1(S) \cap \psi_2(P) \neq \emptyset$, то есть по крайней мере один элемент объема S содержится в антиобъеме P . $\mathbf{I}_3 SP$ истинна, е. т. е. $\psi_1(S) \cap \psi_3(P) \neq \emptyset$, то есть по крайней мере один элемент объема S содержится в области, противоречивой относительно P .

Обычным образом определяется общезначимость формул и отношение логического следования. Т. П. Костюк и В. И. Маркин сформулировали (там же) аксиоматическое исчисление $\mathbf{IL}$, для которого в диссертации «Реконструкция логических систем Н. А. Васильева средствами современной логики» (Костюк, 1999) были доказаны метатеоремы о непротиворечивости и полноте относительно изложенной выше семантики. Данная логическая система может рассматриваться как формализация основного варианта воображаемой логики в языке, в котором имеются не только формы атрибутивных суждений, но и сложные формулы, образованные с помощью пропозициональных связок.

Но насколько такая формализация адекватна оригинальной логике Васильева? Для ответа на этот вопрос введем понятие $\mathbf{IL}$ -валидного

силлогизма. Силлогизм называется **II**-валидным, е. т. е. его заключение логически следует из посылок в классе моделей $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$ или, что то же самое, из его посылок выводимо заключение в исчислении **II**. В работе «О корректных силлогизмах основного варианта Воображаемой логики Н. А. Васильева» (Конькова, 2023) удалось выделить все **II**-валидные силлогизмы. Было установлено, что все силлогизмы воображаемой логики, корректные с точки зрения Васильева, и только они, являются **II**-валидными (если речь идет о первых трех фигурах)⁴.

Таким образом, можно считать обоснованным, что для воображаемой логики существует адекватная теоретико-множественная семантика, основанная на различении трех экстенциональных характеристик терминов — их объемов, антиобъемов и противоречивых областей. Но соответствует ли эта конструкция тем интуициям и содержательным соображениям, из которых исходил Васильев при построении воображаемой логики? Прямого ответа на этот вопрос в главной его статье «Воображаемая (неаристотелева) логика» мы, по существу, не находим. В развернутой преамбуле, предваряющей само построение данной логической системы, отмечается, что воображаемая логика, так же как и аристотелевская, является эмпирической логикой, но если аристотелевская в качестве онтологического фундамента имеет наш, «земной» мир, то логика Васильева — иную реальность, некий воображаемый мир. В нашем мире объект не может одновременно обладать и не обладать каким-то свойством, а в воображаемом мире может.

Объяснения, предлагаемые Васильевым, сводятся к следующему. Относительно нашего мира лишь утвердительные суждения основаны непосредственно на опыте (на восприятии и ощущении). Связь же отрицательных суждений с опытом всегда опосредована неким выводом о несовместимости двух признаков:

Я не могу видеть непосредственно, что данный предмет не белого цвета. У нас нет отрицательных ощущений, ощущений «не белого». Я могу видеть только определенные положительные ощущения красного, синего, черного и т. д. Когда я утверждаю, что предмет не белого цвета, то я несомненно сделал вывод. Я видел, что предмет красного цвета, и вывел, что предмет не белого цвета, зная, что красное не может быть белым (Васильев, 1989: 60–61).

⁴Напомним, что IV фигуру сам Васильев не рассматривал, ограничившись замечанием, что она возможна (то есть в ней имеются корректные силлогизмы). **II**-валидные силлогизмы IV фигуры также были выделены в той же статье (Конькова, 2023), что придало воображаемой логике определенную завершенность.

Однако, пишет Васильев, мы можем представить себе иной мир, в котором не только утвердительные, но и отрицательные суждения основаны на непосредственном восприятии. Тогда суждение о том, что предмет не является белым, в воображаемом мире прямым образом основывается на ощущении небелого, без какого-либо дополнительного вывода.

Необходимость введения индифферентных суждений применительно к этому миру Васильев обосновывает так. Пусть факт a дает основание для утвердительного суждения « S есть A », а факт b — основание для отрицательного суждения « S не есть A ». Если допустить, что в воображаемом мире оба факта могут иметь место, то суждение « S есть A » окажется ложным в силу факта b , а суждение « S не есть A » — ложным в силу факта a .

Поэтому для случая совместного существования фактов a и b должно существовать третье суждение, которое будет истинным для этого случая. *Эту третью форму суждения [...] мы будем называть суждением противоречия, или лучше суждением индифферентным, и будем обозначать так: S есть и не есть A зараз* (Васильев, 1989: 66).

Следует иметь в виду, что союз «и» в предикцирующей связке «есть и не есть» — не обычная конъюнкция: из суждения « S есть и не есть A » не следует ни « S есть A », ни « S не есть A ». «Вообще, — пишет Васильев, — каждая из этих форм — утвердительная, отрицательная или индифферентная — ложна, когда истинна какая-нибудь из двух остальных» (там же)⁵.

В заключительной части статьи «Воображаемая (неаристотелева) логика» автор обсуждает вопрос о том, как может быть рационально истолкована воображаемая логика применительно к нашему миру. Он предлагает три такого рода интерпретации этой логической системы, одна из интерпретаций дает альтернативный (по классу корректных силлогизмов) вариант воображаемой логики и подробно исследована (см., например: Зайцев и Маркин, 1999; Конькова, 2019; Конькова и Маркин, 2020). Но эти истолкования ничего не добавляют к пониманию «устройства» самого воображаемого мира, что могло бы послужить основой для построения семантической модели для основного варианта логики Васильева.

Вместе с тем в других работах Васильева имеются фрагменты, свидетельствующие в пользу того, что он допускал интерпретацию суждений

⁵По контексту, здесь у Васильева речь идет о суждениях с сингулярным субъектом. Сказанное справедливо и для общих суждений, но, конечно же, неверно для частных.

воображаемой логики, подобную реализованной в изложенной выше семантике.

Так, конспект лекции «Воображаемая логика» (1911) содержит следующий отрывок: «Тогда мы имели бы три основные формы суждения по качеству: (1) Простое утверждение: S есть P . (2) Простое отрицание: S есть по P . (3) Соединение утверждения с отрицанием (индифферентное суждение): S есть P и по P зараз» (Васильев, 1989: 129). Этот текст может вызвать справедливый недоуменный вопрос: почему суждения трех разных качеств автор формулирует, используя одну и ту же связку «есть» (утвердительную связку!), и это несмотря на то, что в основной своей статье он многократно подчеркивает, что утвердительные, отрицательные и индифферентные суждения различаются именно предикующей связкой, а отнюдь не предикатом. Мы предполагаем, что в этом месте Васильев делает попытку разъяснить условия истинности суждений разных качеств. В каждом из трех случаев речь идет о принадлежности предмета некоторому классу: в первом случае — объему некоторого термина, и данный объем обозначен как « P », во втором случае — антиобъему термина, представленному как «по P », а в третьем — особой, противоречивой области, представленной оборотом « P и по P зараз».

Аналогичный фрагмент встречается в статье Васильева «Логика и металогика»:

Чисто гипотетически предположим мир, в котором вещи обладают тем свойством, что одни из них имеют один противоречащий предикат, суть A , другие имеют другой, противоречащий первому предикат, суть по A , третьи же имеют и тот и другой, суть зараз A и по A . Пусть одни предметы белы, другие небелы, третьи и белы и небелы зараз (там же: 104).

Показательно, что уже в следующем абзаце Васильев формулирует три типа суждений разных качеств с использованием разных связок: «есть», «не есть», «есть и не есть зараз». Поэтому в процитированном отрывке речь идет, по нашему мнению, именно о семантической интерпретации этих суждений, которая базируется на том, что с каждым термином связаны три предиката (с экстенциональной точки зрения, их допустимо трактовать как множества). Так, с термином «белый» в воображаемом мире будут связаны, во-первых, множество белых предметов, во-вторых, множество небелых предметов, и в-третьих, множество предметов, которые одновременно белы и небелы. Но именно эта идея лежит в основе формальной семантики системы **II**!

Следует отметить, что ограничения, накладываемые на **П**-модели, вполне согласуются с представлениями Васильева о том, как соотносятся между собой объем, антиобъем и противоречивая область для произвольного термина. Он пишет:

Теперь мы должны дополнительно допустить, что, кроме этих трех форм суждения, не может быть четвертой, имеющей реальное обоснование и значение для мира воображаемой логики, то есть к отрицанию закона противоречия должны прибавить еще закон исключенного четвертого. Тогда в каждом данном случае⁶ воображаемой логики будет истинно или утвердительное, или отрицательное суждение, или индифферентное (Васильев, 1989: 105).

Этот тезис можно понимать как аналог принимаемого в нашей семантике условия — $\psi_1(Q) \cup \psi_2(Q) \cup \psi_3(Q) = \mathbf{D}$, то есть любой элемент предметной области **D** обязательно попадает в какой-то из трех классов и не может оказаться ни в каком четвертом классе, внешнем по отношению к каждому из этих трех.

«Для воображаемой логики, — продолжает Васильев, — истинность одной какой-нибудь формы влечет за собой признание ложности двух других, и обратно, истинность какой-нибудь формы может быть выведена из признания ложности двух других» (там же: 106). В первой части этого фрагмента речь очевидно идет о том, что объем, антиобъем и противоречивая область попарно несовместимы: если предмет находится в одном из этих классов, то он не является элементом двух других. Подобное требование постулируется и в нашей семантике — $\psi_1(Q) \cap \psi_2(Q) = \emptyset$, $\psi_1(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$, $\psi_2(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$. Вторая часть — это изложенный иными словами тезис о том, что объединение этих трех классов исчерпывает универсум рассмотрения.

Подводя итог сказанному, отметим, что мы привели достаточно убедительные аргументы в пользу того, что формальная семантика системы **П** не только позволяет обосновать корректные силлогизмы воображаемой логики и опровергнуть некорректные, но и вполне соответствует той интерпретации суждений трех разных качеств, которую имел ввиду сам Васильев.

СУЖДЕНИЯ ВООБРАЖАЕМОЙ ЛОГИКИ КАК СУЖДЕНИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ

Перейдем к обсуждению и решению главной задачи данной статьи — вопросу о возможности адекватного представления информации, ко-

⁶То есть когда субъектом является имя произвольного предмета.

торую содержат различные суждения воображаемой логики, с использованием суждений существования.

Для неопределенно-частных суждений этот вопрос решается очевидным образом: условия их истинности в **П**-модели представляют собой, по сути, утверждения о существовании общего для двух классов элемента. Так, утвердительные суждения «Некоторые S есть P » ($\mathbf{I}_1SP$) истинны, е. т. е. существует предмет, входящий как в объем S , так и в объем P . Отрицательные суждения «Некоторые S не есть P » ($\mathbf{I}_2SP$) выражают мысль о существовании предмета, принадлежащего объему S и антиобъему P . Наконец, индифферентные суждения «Некоторые S есть и не есть P » ($\mathbf{I}_3SP$) — это суждения о существовании общего элемента у объема S и противоречивой относительно P области.

Несколько сложнее обстоит дело с общими суждениями. Они истинны в **П**-модели, когда объем субъекта включается в один из трех классов, сопоставленных предикату (объему, антиобъему, противоречивой области). Однако утверждение о включении некоторого множества в один из этих классов равносильно утверждению о несуществовании общих элементов у этого множества и каждого из двух других классов.

Например, утвердительное суждение «Все S есть P » ($\mathbf{A}_1SP$) истинно, е. т. е. объем S включается в объем P , то есть когда $\psi_1(S) \subseteq \psi_1(P)$. Несложно показать, что последнее утверждение для моделей данного типа равносильно следующему: $\psi_1(S) \cap \psi_2(P) = \emptyset$ и $\psi_1(S) \cap \psi_3(P) = \emptyset$. Действительно, если допустить, что $\psi_1(S)$ включается в $\psi_1(P)$, то в силу принимаемого в семантике **П** ограничения о несовместимости множества $\psi_1(P)$ с $\psi_2(P)$ и с $\psi_3(P)$ получаем, что $\psi_1(S)$ также несовместим ни с $\psi_2(P)$, ни с $\psi_3(P)$. В обратную сторону: допустим, что $\psi_1(S) \cap \psi_2(P) = \emptyset$ и $\psi_1(S) \cap \psi_3(P) = \emptyset$; тогда в силу ограничения $\psi_1(P) \cup \psi_2(P) \cup \psi_3(P) = \mathbf{D}$ (любой предмет универсума **D** принадлежит какому-то из трех классов) приходим к выводу о том, что $\psi_1(S)$ включается в $\psi_1(P)$.

Таким образом, информация, содержащаяся в суждении формы $\mathbf{A}_1SP$, может быть эквивалентным образом выражена конъюнкцией двух отрицательных суждений о существовании: «Не существует предмета, входящего в объем S и антиобъем P , и не существует предмета, входящего в объем S и в противоречивую относительно P область».

Аналогично, отрицательное суждение «Все S не есть P » ($\mathbf{A}_2SP$) может быть переинтерпретировано следующим образом: «Не существует предмета, входящего в объем S и объем P , и не существует предмета, входящего в объем S и в противоречивую относительно P

область». А смысл индифферентного суждения «Все S есть и не есть P » (A_3SP) может быть адекватно выражен так: «Не существует предмета, входящего в объем S и объем P , и не существует предмета, входящего в объем S и антиобъем P ».

Для фиксации логической формы суждений существования, подобных приведенным выше, следует строго задать особый символический язык. Такого рода язык, как уже отмечалось ранее, был сформулирован в работе «Логика суждений существования и силлогистика» (Маркин, 2021) для точной формальной записи суждений, в которых говорится о существовании предметов в объемах и антиобъемах терминов. Нам предстоит модифицировать этот язык так, чтобы он позволял также выражать информацию о существовании элементов противоречивых областей.

Алфавит данного языка содержит следующие символы: бесконечный список общих терминов (будем использовать для них метапеременные $S, P, Q, M, \dots$); отметки для общих терминов — позитивную $^+$, негативную $^-$ и смешанную $^\circ$; константу существования Υ ; пропозициональные связки и скобки.

Далее введем понятие *отмеченного термина*: если S — произвольный общий термин, то S^+, S^-, S° — отмеченные термины. Неформально, отмеченный термин S^+ репрезентирует объем термина S , отмеченный термин S^- — его антиобъем, а S° — противоречивую относительно S область. В качестве метапеременных по отмеченным терминам будем использовать символы $X, Y, Z, \dots$

Атомарными формулами языка являются выражения вида $\Upsilon X_1 X_2 \dots X_n$, где $n \geq 1$, а $X_1, X_2, \dots, X_n$ — отмеченные термины⁷. Атомарная формула $\Upsilon X_1 X_2 \dots X_n$ фиксирует логическую форму суждения существования и читается так: « $X_1 X_2 \dots X_n$ существуют». Например, формула ΥS^+ утверждает существование элементов в объеме термина S ; формула $\Upsilon S^+ P^-$ — существование общих элементов в объеме S и антиобъеме P ; формула $\Upsilon S^+ P^- Q^\circ$ — существование общих элементов в объеме S , антиобъеме P и области, противоречивой относительно термина Q . Сложные

⁷В принципе, для решения задачи формальной записи суждений воображаемой логики посредством суждений существования достаточно в качестве атомарных ввести в язык лишь формулы вида ΥXY , где после константы существования Υ стоит двухкомпонентная последовательность отмеченных терминов. Однако несомненный самостоятельный интерес представляет создание языка с большими выразительными возможностями с целью построения в нем богатой логической теории, относительно которой воображаемая логика (система **II**) является лишь частным фрагментом.

формулы нашего языка обычным способом образуются из других формул с помощью пропозициональных связок и скобок.

Опираясь на сформулированную в начале данного раздела интерпретацию различных форм суждений воображаемой логики, можно задать перевод Ω элементарных формул языка системы $\mathbf{IL}$ в только что построенный язык:

$$\begin{aligned}\Omega(\mathbf{I}_1SP) &= \Upsilon S^+P^+; & \Omega(\mathbf{A}_1SP) &= \neg\Upsilon S^+P^- \wedge \neg\Upsilon S^+P^0; \\ \Omega(\mathbf{I}_2SP) &= \Upsilon S^+P^-; & \Omega(\mathbf{A}_2SP) &= \neg\Upsilon S^+P^+ \wedge \neg\Upsilon S^+P^0; \\ \Omega(\mathbf{I}_3SP) &= \Upsilon S^+P^0; & \Omega(\mathbf{A}_3SP) &= \neg\Upsilon S^+P^+ \wedge \neg\Upsilon S^+P^-.\end{aligned}$$

Перевод Ω стандартным образом распространяется на сложные формулы языка $\mathbf{IL}$:

$$\Omega(\neg A) = \neg\Omega(A); \quad \Omega(A \nabla B) = \Omega(A) \nabla \Omega(B),$$

где ∇ — произвольная бинарная пропозициональная связка.

Упомянутые Васильевым акцидентальные (определенно-частные) суждения (Васильев, 1989: 83–84) также могут быть выражены с использованием суждений существования:

$$\begin{aligned}(1) & \Upsilon S^+P^+ \wedge \Upsilon S^+P^- \wedge \neg\Upsilon S^+P^0; & (3) & \neg\Upsilon S^+P^+ \wedge \Upsilon S^+P^- \wedge \Upsilon S^+P^0; \\ (2) & \Upsilon S^+P^+ \wedge \neg\Upsilon S^+P^- \wedge \Upsilon S^+P^0; & (4) & \Upsilon S^+P^+ \wedge \Upsilon S^+P^- \wedge \Upsilon S^+P^0.\end{aligned}$$

«ВООБРАЖАЕМАЯ» ЛОГИКА СУЖДЕНИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕЕ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

Нам предстоит теперь сформулировать семантику языка, атомарными формулами которого являются формы суждений о существовании предметов в объемах, антиобъемах и противоречивых областях терминов из некоторого конечного списка. При этом данная семантика будет строиться так, чтобы Ω -перевод любой формулы языка системы $\mathbf{IL}$ оказывался в ней истинным тогда и только тогда, когда сама эта формула истинна в семантике для $\mathbf{IL}$.

Для решения этой задачи будем использовать ту же самую конструкцию — модель $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$ с теми же свойствами, что и раньше. Дополнительно в рамках конкретной модели определим функцию φ , сопоставляющую каждому отмеченному термину подмножество универсума $\mathbf{D}$: $\varphi(Q^+) = \psi_1(Q)$, $\varphi(Q^-) = \psi_2(Q)$, $\varphi(Q^0) = \psi_3(Q)$. Термину с положительной отметкой сопоставляется объем самого термина (без отметки), термину с отрицательной отметкой — его антиобъем, термину

со смешанной отметкой — противоречивая область, связанная с самим этим термином. Назовем $\varphi(X)$ *экстенционалом* отмеченного термина X .

Условия истинности атомарных формул нашего языка определяются естественным с содержательной точки зрения образом: формула вида $\Upsilon X_1 X_2 \dots X_n$ истинна в модели $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$, е. т. е. $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap \dots \cap \varphi(X_n) \neq \emptyset$ (то есть экстенционалы отмеченных терминов $X_1, X_2, \dots, X_n$ содержат общий элемент). Условия истинности сложных формул стандартные. Формула **ПТ**-общезначима, е. т. е. она истинна в любой модели данного типа.

Индукцией по построению формулы A языка **П** несложно показать, что условия истинности A и условия истинности ее перевода $\Omega(A)$ совпадают в произвольной модели $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$. Отсюда вытекает, что перевод Ω погружает систему **П** в логику **ПТ**: для любой формулы A языка **П** верно, что A **П**-общезначима, е. т. е. $\Omega(A)$ **ПТ**-общезначима. Последнее означает, что воображаемая логика является фрагментом построенной нами логики суждений существования.

Выделим некоторые важные законы «воображаемой» логики суждений существования (**ПТ**-общезначимые формулы).

Формула ΥQ^+ общезначима в силу того, что $\psi_1(Q) \neq \emptyset$, а $\varphi(Q^+) = \psi_1(Q)$.

Формулы $\neg \Upsilon Q^+ Q^-$, $\neg \Upsilon Q^+ Q^\circ$, $\neg \Upsilon Q^- Q^\circ$ общезначимы в силу ограничений $\psi_1(Q) \cap \psi_2(Q) = \emptyset$, $\psi_1(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$, $\psi_2(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$ и определения функции φ .

Пусть u — произвольная конечная последовательность отмеченных терминов. Формулы вида $\Upsilon u \supset (\Upsilon u Q^+ \vee \Upsilon u Q^- \vee \Upsilon u Q^\circ)$ являются законами **ПТ** в силу ограничения $\psi_1(Q) \cup \psi_2(Q) \cup \psi_3(Q) = \mathbf{D}$. Общезначимы и конверсии этих формул: $\neg \Upsilon u \supset (\neg \Upsilon u Q^+ \wedge \neg \Upsilon u Q^- \wedge \neg \Upsilon u Q^\circ)$.

Укажем также на законы сокращения и перестановочности отмеченных терминов $\Upsilon u X X w \supset \Upsilon u X w$ и $\Upsilon u X Y w \supset \Upsilon u Y X w$ (где u и w — последовательности отмеченных терминов, а X и Y — любые отмеченные термины), их семантическим «оправданием» являются свойства идемпотентности и коммутативности $\cap$.

И, что самое важное, в число законов логики суждений существования попадают Ω -переводы всех выделяемых Васильевым корректных силлогизмов его воображаемой логики⁸. Например, **ПТ**-общезначимая

⁸В данном случае силлогизмы представляются в духе Я. Лукасевича, как импликативные формулы, антецедент которых — конъюнкция двух посылок, а консеквент — заключение.

формула $(\neg \Upsilon M^+ P^- \wedge \neg \Upsilon M^+ P^\circ \wedge \Upsilon S^+ M^+) \supset \Upsilon S^+ P^+$ представляет собой аналог модуса **A₁I₁I₁** 1 фигуры.

Вопрос о построении аксиоматического исчисления, адекватного «ображаемой» логике суждений существования, остается открытым, однако нам удалось осуществить ее аналитико-табличную формализацию.

Под *конфигурацией* (строкой аналитической таблицы) будем понимать семейство непустых множеств формул языка **ILY**. *Аналитической таблицей* называется последовательность конфигураций, в которой каждая последующая конфигурация получается из непосредственно предыдущей заменой какого-то множества формул на одно или несколько множеств формул по одному из *правил вывода*. К числу правил вывода прежде всего относятся стандартные правила редукции для формул следующих видов: $A \wedge B$, $\neg(A \wedge B)$, $A \vee B$, $\neg(A \vee B)$, $A \supset B$, $\neg(A \supset B)$, $\neg \neg A$. Дополнительно постулируются пять правил для формул с константой Υ .

Правило **[Y_i]** позволяет заменить любое множество Γ в составе некоторой конфигурации на множество $\Gamma \cup \{\Upsilon Q^+\}$ в следующей строке таблицы. Неформально, правило позволяет добавить информацию о непустоте объема произвольного общего термина Q и основано на общезначимости формулы ΥQ^+ .

Правило **[Y]** позволяет заменить любое множество $\Gamma \cup \{\Upsilon u\}$ (u — последовательность отмеченных терминов) в составе некоторой конфигурации на три множества — $\Gamma \cup \{\Upsilon u Q^+\}$, $\Gamma \cup \{\Upsilon u Q^-\}$ и $\Gamma \cup \{\Upsilon u Q^\circ\}$ — в следующей строке таблицы. Это правило соответствует вышеупомянутому закону **ILY** $\Upsilon u \supset (\Upsilon u Q^+ \vee \Upsilon u Q^- \vee \Upsilon u Q^\circ)$.

Правило **[¬Y]** позволяет заменить любое множество $\Gamma \cup \{\neg \Upsilon u\}$ в составе некоторой конфигурации на множество $\Gamma \cup \{\neg \Upsilon u Q^+, \neg \Upsilon u Q^-, \neg \Upsilon u Q^\circ\}$ в следующей строке таблицы. Это правило соответствует закону $\neg \Upsilon u \supset (\neg \Upsilon u Q^+ \wedge \neg \Upsilon u Q^- \wedge \neg \Upsilon u Q^\circ)$.

Правило **[Y_n]** позволяет заменить любое множество $\Gamma \cup \{\Upsilon u\}$ в составе некоторой конфигурации на множество $\Gamma \cup \{\Upsilon[u]\}$ в следующей строке таблицы, а правило **[¬Y_n]** позволяет заменить $\Gamma \cup \{\neg \Upsilon u\}$ на $\Gamma \cup \{\neg \Upsilon[u]\}$. Здесь $[u]$ — это последовательность, которая содержит все отмеченные термины из u без повторений, причем компоненты $[u]$ расположены в следующем порядке: (1) каждый термин с отметкой $^+$ предшествует терминам с отметками $-$ и $^\circ$, а каждый термин с отметкой $-$ предшествует терминам с отметкой $^\circ$, (2) отмеченный термин S с любой отметкой предшествует P с той же отметкой, е. т. е. общий

термин S предшествует P в алфавите языка. Эти два правила соответствуют законам сокращения и перестановочности отмеченных терминов и позволяют минимизировать количество правил вывода.

Множество формул замкнуто, е. т. е. оно содержит формулы вида C и $\neg C$ или же содержит формулу вида Υu , причем в состав u входит термин Q с разными отметками: Q^+ и Q^- , или Q^+ и Q° , или Q^- и Q° . Замкнутость множества — аналог понятия противоречивого множества. Первое условие замкнутости стандартно для аналитико-табличных исчислений и основано на семантике пропозиционального отрицания. Второе условие специфично для системы, язык которой содержит константу существования, оно основано на общезначимости формул $\neg \Upsilon Q^+ Q^-$, $\neg \Upsilon Q^+ Q^\circ$ и $\neg \Upsilon Q^- Q^\circ$.

Конфигурация замкнута, е. т. е. все множества в ее составе замкнуты. Аналитическая таблица замкнута, е. т. е. она содержит конечное число конфигураций (строк) и последняя из них замкнута.

Формула A доказуема в данном исчислении, е. т. е. существует замкнутая аналитическая таблица, первой конфигурацией которой является семейство $\{\{-A\}\}$.

Обосновано метаутверждение о том, что множество формул, общезначимых в логике **ПЛУ**, и множество формул, доказуемых в аналитико-табличном исчислении, совпадают.

В данной статье мы ограничимся общей схемой доказательства адекватности нашего исчисления «воображаемой» логике суждений существования, а также разрешимости данной логики⁹.

Для обоснования корректности исчисления предварительно доказываются две леммы.

Лемма 1. *Если некоторая конфигурация в аналитической таблице содержит множество Δ , имеющее модель¹⁰, то следующая конфигурация в этой таблице также будет содержать множество, имеющее модель.*

⁹В доказательствах применен тот же метод, что и в статье «Аналитико-табличное исчисление, адекватное логике суждений существования» (Маркин, 2024), где рассматривалась обычная логика суждений существования (только с объемами и антиобъемами терминов). Этот метод был существенно модифицирован с целью адаптации к **ПЛУ**. Подробные доказательства лемм и метатеорем содержатся в диссертации А. В. Коньковой (Конькова, 2025).

¹⁰Моделью множества формул Δ называется такая **ПЛУ**-модель, в которой все формулы из Δ истинны.

Допустим, что конфигурация на шаге n построения аналитической таблицы содержит множество Δ , имеющее модель. Если на шаге $n + 1$ множество Δ не заменялось (а заменялось какое-то иное множество формул), то конфигурация на этом шаге будет снова содержать имеющее модель множество, а именно Δ . Случай, когда на шаге $n + 1$ произошла замена множества Δ , обосновывается на основе рассмотрения каждого из правил вывода.

Лемма 2. *Никакое замкнутое множество формул не имеет модели.*

Случай, когда замкнутое множество содержит формулы вида C и $\neg C$, очевиден: такие формулы не могут быть одновременно истинными ни в одной модели. Если элементом замкнутого множества является формула Υu , причем в состав u входит некий термин Q с разными отметками, то она не истинна ни в какой из моделей в силу ограничений $\psi_1(Q) \cap \psi_2(Q) = \emptyset$, $\psi_1(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$, $\psi_2(Q) \cap \psi_3(Q) = \emptyset$ и определения функции φ .

Теорема 1 (Теорема о корректности). *Если формула A доказуема, то A общезначима.*

Допустим, что формула A доказуема, но не общезначима. Доказуемость формулы A означает существование замкнутой аналитической таблицы, первая конфигурация которой содержит единственный элемент — множество $\{\neg A\}$. Из факта необщезначимости формулы A следует, что существует модель, в которой она не является истинной. Тогда в этой модели истинна формула $\neg A$, а множество $\{\neg A\}$ имеет модель. Итак, первая конфигурация нашей таблицы содержит множество, имеющее модель. Согласно **Лемме 1**, каждая следующая конфигурация, в том числе и последняя, также содержит множество, имеющее модель. Но это невозможно, поскольку последняя конфигурация замкнутой таблицы содержит только замкнутые множества, а в силу **Леммы 2** такие множества не имеют моделей.

Далее формулируется эффективная процедура проверки произвольной формулы A на доказуемость. Выделяется список $\mathcal{T}$ общих терминов, содержащий все такие Q , что какой-то из отмеченных терминов — Q^+ , Q^- или Q° — содержится в A .

- (1) Первая конфигурация содержит единственное множество — $\{\neg A\}$.

- (2) Применяются пропозициональные правила редукции до тех пор, пока в каждом множестве в составе конфигурации не останутся лишь формулы видов Υu и $\neg \Upsilon u$.
- (3) Применяется правило $[\Upsilon_i]$ по одному разу относительно каждого отмеченного термина Q^+ такого, что Q входит в список $\mathcal{T}$.
- (4) Применяются правила $[\Upsilon]$ и $[\neg \Upsilon]$ относительно любой формулы вида Υu и $\neg \Upsilon u$, где u не содержит одного и того же термина с разными отметками, и любого общего термина Q из списка $\mathcal{T}$ такого, что ни Q^+ , ни Q^- , ни Q° не входят в u .
- (5) Применяются правила $[\Upsilon_n]$ и $[\neg \Upsilon_n]$ относительно всех формул вида Υu и $\neg \Upsilon u$ таких, что u не совпадает с $[u]$.

По завершении процедуры имеем аналитическую таблицу, которую назовем $\mathcal{T}$ -таблицей. В ее последней конфигурации содержатся лишь формулы, которые имеют вид $\Upsilon[u]$ или $\neg \Upsilon[u]$, причем для любого термина Q из списка $\mathcal{T}$ верно, что Q^+ , Q^- или Q° входят в $[u]$. Эти множества проверяются на замкнутость. Если в последней конфигурации $\mathcal{T}$ -таблицы все множества формул замкнуты, то формула A доказуема по определению. Если по крайней мере одно из множеств незамкнуто, то назовем его $\mathcal{T}$ -незамкнутым множеством.

Лемма 3. $\mathcal{T}$ -незамкнутое множество имеет модель.

Произвольному $\mathcal{T}$ -незамкнутому множеству Δ сопоставим модель $\langle \mathbf{D}^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* \rangle$. $\mathbf{D}^* = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta\}$. Функции ψ_1^* , ψ_2^* , ψ_3^* определяются с учетом того, содержится ли общий термин Q в списке $\mathcal{T}$. Если Q входит в $\mathcal{T}$, то $\psi_1^*(Q) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta \text{ и } Q^+ \text{ содержится в } [u]\}$, $\psi_2^*(Q) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta \text{ и } Q^- \text{ содержится в } [u]\}$, $\psi_3^*(Q) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta \text{ и } Q^\circ \text{ содержится в } [u]\}$. Если Q не входит в список $\mathcal{T}$, то $\psi_1^*(Q) = \mathbf{D}^*$, $\psi_2^*(Q) = \psi_3^*(Q) = \emptyset$. Доказывается, что кортеж $\langle \mathbf{D}^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* \rangle$ удовлетворяет всем условиям, предъявляемым к моделям в «воображаемой» логике суждений существования. Доказывается также, что любая формула из Δ значима в данной модели.

Лемма 4. Пусть $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$ является моделью множества формул Δ , входящего в некоторую конфигурацию аналитической таблицы. Если Δ получено по некоторому правилу вывода заменой множества Λ в составе предшествующей конфигурации, то $\langle \mathbf{D}, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \rangle$ является моделью множества Λ .

Доказательство ведется разбором случаев применения всех возможных правил вывода, в результате которых произошла замена Λ на Δ .

Лемма 5. *Если $\mathcal{T}$ -таблица, построенная по списку $\mathcal{T}$ всех общих терминов, входящих в формулу A , содержит в своей последней конфигурации незамкнутое множество, то множество $\{\neg A\}$ имеет модель.*

Пусть $\mathcal{T}$ -таблица начинается с конфигурации $\{\{\neg A\}\}$ и заканчивается конфигурацией, содержащей $\mathcal{T}$ -незамкнутое множество формул Δ . Согласно **Лемме 3**, Δ имеет модель, а именно кортеж $\langle \mathbf{D}^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* \rangle$. Находим ту конфигурацию, в которой множество Δ появилось в результате применения некоторого правила вывода, заменяющего множество Λ в предшествующей конфигурации. Применяем нужное число раз **Лемму 4**.

Теорема 2 (Теорема о полноте). *Если формула A общезначима, то A доказуема.*

Допустим, что формула A общезначима, но не доказуема. Тогда не существует замкнутой аналитической таблицы, начинающейся с конфигурации $\{\{\neg A\}\}$. В частности, незамкнута и $\mathcal{T}$ -таблица с первой такой конфигурацией. То есть существует $\mathcal{T}$ -незамкнутое множество формул в последней конфигурации $\mathcal{T}$ -таблицы. Согласно **Лемме 5**, множество $\{\neg A\}$ имеет модель. В этой модели истинна $\neg A$, а формула A истинной не является. Но тогда A не общезначима.

Теорема 3 (Теорема о разрешимости). *Аналитико-табличное исчисление, адекватное «воображаемой» логике суждений существования, разрешимо.*

Любая формула имеет конечную длину, поэтому количество отмеченных терминов, входящих в ее состав, конечно, а значит, конечен и список $\mathcal{T}$. Процедура организована так, что число применений правил вывода ограничено этим списком. Поэтому в $\mathcal{T}$ -таблице имеется последняя конфигурация, содержащая конечное число конечных множеств формул. В этой конфигурации либо все множества формул замкнуты, либо по крайней мере одно из них незамкнуто. В первом случае формула A доказуема по определению. Во втором случае, в силу **Леммы 5**, множество $\{\neg A\}$ имеет модель. Тогда формула A не является общезначимой, а значит, в силу Теоремы о корректности, A недоказуема. Таким образом, описанная выше процедура построения $\mathcal{T}$ -таблицы является разрешающей, то есть она позволяет в конечное число шагов ответить вопрос о том, доказуема или недоказуема произвольная формула.

Какое же значение имеет эта процедура для исследования логики Васильева? Она представляет собой адекватный алгоритм проверки на валидность любого утверждения (в том числе любого силлогизма) воображаемой логики. С этой целью данное утверждение нужно сначала выразить посредством формулы языка системы **П**, осуществить **Ω**-перевод этой формулы в язык логики суждений существования **П****Υ** и, наконец, построить для данного перевода **T**-таблицу. Если таблица окажется замкнутой, то исходное утверждение валидно в воображаемой логике, а если незамкнутой, то оно не относится к числу законов логики Васильева.

ЛИТЕРАТУРА

- Бочаров В. А., Маркин В. И. Силлогистические теории. — М. : Прогресс-Традиция, 2010.
- Васильев Н. А. Воображаемая логика. Избранные труды. — М. : Наука, 1989.
- Зайцев Д. В., Маркин В. И. Воображаемая логика-2 : реконструкция одного из вариантов знаменитой логической системы Н. А. Васильева // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН. Т. 13. — М. : ИФ РАН, 1999. — С. 134–142.
- Кант И. Критика чистого разума / пер. с нем. Н. А. Лосского. — М. : Академический проект, 2020.
- Конькова А. В. Воображаемая логика-2 Н. А. Васильева как силлогистическая теория // Логические исследования. — 2019. — Т. 25, № 2. — С. 94–113.
- Конькова А. В. О корректных силлогизмах основного варианта Воображаемой логики Н. А. Васильева // Логические исследования. — 2023. — Т. 29, № 1. — С. 84–100.
- Конькова А. В. Воображаемая логика Н. А. Васильева и традиционная силлогистика : дис. ... канд. филос. наук : 5.7.5 / Конькова А. В. — М. : МГУ им. Ломоносова, 2025.
- Конькова А. В., Маркин В. И. Силлогистика с двумя видами отрицания (реконструкция одной идеи Н. А. Васильева) // Вестник Московского университета. Серия 7: Философия. — 2020. — № 5. — С. 108–127.
- Костюк Т. П. Реконструкция логических систем Н. А. Васильева средствами современной логики : дис. ... канд. филос. наук : 09.00.07 / Костюк Т. П. — М. : МГУ им. Ломоносова, 1999.
- Костюк Т. П., Маркин В. И. Формальная реконструкция воображаемой логики Н. А. Васильева // Современная логика : теория, история и приложения в науке, труды V Всероссийской научной конференции. — СПб. : Санкт-Петербургский государственный университет, 1998. — С. 154–159.

- Кэрролл Л. Символическая логика // История с узелками / пер. с англ. Ю. А. Данилова. — М. : Мир, 2000. — С. 185–353.
- Маркин В. И. Логика суждений существования и силлогистика // Логические исследования. — 2021. — Т. 27, № 2. — С. 31–47.
- Маркин В. И. Аналитико-табличное исчисление, адекватное логике суждений существования // Логические исследования. — 2024. — Т. 30, № 2. — С. 11–22.
- Brandl J. L., Textor M. Brentano's Theory of Judgement / The Stanford Encyclopedia of Philosophy. — 2022. — URL: <https://plato.stanford.edu/entries/brentano-judgement/> (visited on May 4, 2025).
- Kriegel U. Brentano on Judgment // The Routledge Handbook of Franz Brentano and the Brentano School / ed. by U. Kriegel. — London, New York : Routledge, 2017. — P. 103–109.

Kon'kova, A. V., and V. I. Markin. 2025. "Suzhdeniya sushchestvovaniya i voobrazhayemaya logika N. A. Vasil'yeva [Existence Judgments and Nikolai Vasiliev's Imaginary Logic]" [in Russian]. *Filosofiya. Zhurnal Vysshey shkoly ekonomiki* [Philosophy. Journal of the Higher School of Economics] 9 (3), 42–66.

ANTONINA KON'KOVA

PHD IN PHILOSOPHY

SENIOR LECTURER

LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY (MOSCOW, RUSSIA); ORCID: 0000-0002-7672-5476

VLADIMIR MARKIN

DOCTOR OF LETTERS IN PHILOSOPHY

PROFESSOR

LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY (MOSCOW, RUSSIA); ORCID: 0000-0001-5800-4096

EXISTENCE JUDGMENTS AND NIKOLAI VASILIEV'S IMAGINARY LOGIC

Submitted: Apr. 17, 2025. Reviewed: June 21, 2025. Accepted: July 27, 2025.

Abstract: The paper attempts to explicate the judgements of N. A. Vasiliev's imaginary logic with the usage of the existence judgments. The existential judgment in traditional logic was understood as a judgement, the predicate of which is the term "exists" and the subject is a certain term or a sequence of terms. According to some predecessors of modern logic, existential judgements have a more fundamental status than attributive judgements, so that the latter can be reduced to the former. As a modern reconstruction of imaginary logic, this paper considers the IL suggested by T. P. Kostyuk and V. I. Markin in the article "Formal Reconstruction of Imaginary Logic by N. A. Vasiliev" (1998). On the base of the analysis of Vasiliev's texts, it is shown that the formal semantics of this system quite well corresponds to the interpretation of judgements of imaginary logic which was kept in mind by the author himself. The way the language is constructed allows to make the formal recording of existential judgements for the case when three extensional characteristics are associated with each general term: not only its extension and anti-extension, but also a contradictory domain of this term.

A semantics which uses the same class of models as in **IL** logic is formulated for this language. The translation of the **IL** formulas into this language is formulated and it is proved that the truth conditions of judgements in **IL**-models logic are equivalent to the truth conditions of their translations in the “imaginary” logic of existential judgements (**ILY** logic). The latter means that a given translation embeds **IL** into **ILY**. An analytic-tableau formalization of the **ILY** logic is carried out. The soundness and completeness theorems are also proved. A decision procedure is formulated to solve the problem of provability for an arbitrary formula of the **ILY** language by the analytic tableau method. This procedure provides an adequate algorithm for checking the validity of any statement (including any syllogism) of imaginary logic.

Keywords: Existential Judgement, Imaginary Logic, Nikolai Vasiliev, Formal Language, Formal Semantics, Analytic Tableau, Decision Procedure.

DOI: 10.17323/2587-8719-2025-3-42-66.

REFERENCES

- Bocharov, V. A., and V. I. Markin. 2010. *Sillogisticheskiye teorii [Syllogistic Theories]* [in Russian]. Moskva [Moscow]: Progress-Traditsiya.
- Brandl, J. L., and M. Textor. 2022. “Brentano’s Theory of Judgement.” The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Accessed May 4, 2025. <https://plato.stanford.edu/entries/brentano-judgement/>.
- Carroll, L. 2000. “Simvolicheskaya logika [Symbolic Logic]” [in Russian]. In *Istoriya s uzelkami [The Knot Story]*, trans. from the English by Yu. A. Danilov, 185–353. Moskva [Moscow]: Mir.
- Kant, I. 2020. *Kritika chistogo razuma [Kritik der reinen Vernunft]* [in Russian]. Trans. from the German by N. A. Losskiy. Moskva [Moscow]: Akademicheskii proyekt [Academic Project].
- Kon’kova, A. V. 2019. “Voobrazhayemaya logika-2 N. A. Vasil’yeva kak sillogisticheskaya teoriya [Imaginary Logic-2 N. A. Vasiliev as a Syllogistic Theory]” [in Russian]. *Logicheskkiye issledovaniya [Logical Investigations]* 25 (2): 94–113.
- . 2023. “O korrektnykh sillogizmakh osnovnogo varianta Voobrazhayemoy logiki N. A. Vasil’yeva [On Correct Syllogisms of the Main Variant of Imaginary Logic of N. A. Vasiliev]” [in Russian]. *Logicheskkiye issledovaniya [Logical Investigations]* 29 (1): 84–100.
- . 2025. “Voobrazhayemaya logika N. A. Vasil’yeva i traditsionnaya sillogistika [N. A. Vasiliev’s Imaginary Logic and Traditional Syllogistics]” [in Russian]. PhD diss., MGU im. Lomonosova [Lomonosov Moscow State University].
- Kon’kova, A. V., and V. I. Markin. 2020. “Sillogistika s dvumya vidami otritsaniya (rekonstruktsiya odnoy idei N. A. Vasil’yeva) [Syllogistics with Two Kinds of Negative Statements (Reconstruction of an Idea of N. A. Vasiliev)]” [in Russian]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 7: Filosofiya [Lomonosov Philosophy Journal]*, no. 5, 108–127.
- Kostyuk, T. P. 1999. “Rekonstruktsiya logicheskikh sistem N. A. Vasil’yeva sredstvami sovremennoy logiki [Reconstruction of N. A. Vasiliev’s Logical Systems by Means of Modern Logic]” [in Russian]. PhD diss., MGU im. Lomonosova [Lomonosov Moscow State University].
- Kostyuk, T. P., and V. I. Markin. 1998. “Formal’naya rekonstruktsiya voobrazhayemoy logiki N. A. Vasil’yeva [Formal Reconstruction of Imaginary Logic by N. A. Vasiliev]” [in Russian]. In *Sovremennaya logika [Modern Logic] : teoriya, istoriya i prilozheniya v nauke, trudy v Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii [Theory, History and Applications in Science, Proceedings of v All-Russian Scientific Conference]*, 154–159. Sankt-Peterburg [Saint

- Petersburg]: Sankt-Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet [St. Petersburg State University].
- Kriegel, U. 2017. "Brentano on Judgment." In *The Routledge Handbook of Franz Brentano and the Brentano School*, ed. by U. Kriegel, 103–109. London and New York: Routledge.
- Markin, V.I. 2021. "Logika suzhdeniy sushchestvovaniya i sillogistika [Logic of Existence Judgements and Syllogistic]" [in Russian]. *Logicheskiye issledovaniya [Logical Investigations]* 27 (2): 31–47.
- . 2024. "Analitiko-tablichnoye ischisleniye, adekvatnoye logike suzhdeniy sushchestvovaniya [An Analytic Tableaux Calculus Adequate for the Logic of Existence Judgements]" [in Russian]. *Logicheskiye issledovaniya [Logical Investigations]* 30 (2): 11–22.
- Vasil'yev, N. A. 1989. *Voobrazhayemaya logika. Izbrannyye trudy [Imaginary Logic. Selected Works]* [in Russian]. Moskva [Moscow]: Nauka.
- Zaytsev, D. V., and V. I. Markin. 1999. "Voobrazhayemaya logika-2 [Imaginary Logic-2]: rekonstruktsiya odnogo iz variantov znamenitoy logicheskoy sistemy N. A. Vasil'yeva [Reconstruction of One of the Variants of the Famous Logical System of N. A. Vasiliev]" [in Russian]. In *Trudy nauchno-issledovatel'skogo seminara Logicheskogo tsentra Instituta filosofii RAN [Proceedings of the Research Seminar of the Logical Centre of the Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences]*, 13:134–142. Moskva [Moscow]: IF RAN [Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences].